

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Т. К. Старожилова, А. И. Лобанов, Г. Т. Гурья, Численное исследование образования двумерных структур в модели возбудимой среды с активным восстановлением, *Матем. моделирование*, 1997, том 9, номер 2, 21–24

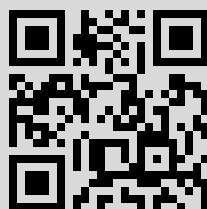
Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 128.72.155.160

20 августа 2015 г., 22:39:06



ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ ДВУМЕРНЫХ СТРУКТУР В МОДЕЛИ ВОЗБУДИМОЙ СРЕДЫ С АКТИВНЫМ ВОССТАНОВЛЕНИЕМ

© Т.К. Старожилова, А.И. Лобанов, Г.Т. Гурия*

Московский Физико-Технический Институт
*Гематологический Научный Центр РАМН

Численно исследовалась система, описывающая динамику свертывания крови. Показано, что в аксиально-симметричном случае характер образующихся структур зависит от способа возбуждения среды. В двумерной постановке обнаружены сложные пространственно - упорядоченные структуры.

NUMERICAL RESEARCH OF TWO - DIMENSIONAL PATTERN FORMATION IN MODEL OF EXCITABLE ACTIVE MEDIUM

*T.K. Starozhilova, A.I. Lobanov, G.T. Guriya**

Moscow institute of physics and technology
*Scientific centre of hematology RAMS

We investigated numerically a model describing blood coagulation dynamics. Pattern formation in axial-symmetrical case depends on initial perturbation. We observed complex space-regular patterns in general two-dimensional problem.

Работа выполнена при содействии РФФИ, гранты № 95-03-09052, 95-01-00542.

Характерной чертой возбудимых химических и биологических систем, например, нервного волокна, является наличие в них как механизмов генерации возбуждений, так и механизмов релаксации. В большинстве таких систем восстановление их свойств после прохождения волны возбуждения обеспечивается за счёт запаздывающих отрицательных обратных связей и является существенно более медленным процессом, чем процесс генерации возбуждения. Однако восстановление может иметь самоускоряющийся характер (например, за счет автокатализа в петлях отрицательных обратных связей). Такого рода системы мы будем называть возбудимыми средами с активным восстановлением.

Модель возбудимой среды с активным восстановлением была предложена для феноменологического описания процесса свертывания крови [1]. Она описывает кинетику и пространственное распределение двух основных факторов – активатора процесса свертывания (тромбина) и предполагаемого ингибитора (протенина С):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D_1 \Delta \theta + \frac{\alpha \theta^2}{\theta + \theta_0} - \gamma \theta \phi - \chi_1 \theta, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = D_2 \Delta \phi + \beta \theta (1 - \phi / c) (1 + (\phi / \phi_0)^2) - \chi_2 \phi,$$

где θ, φ - концентрации активатора и ингибитора; $\alpha, \beta, \gamma, \varsigma, \varphi_0, \theta_0, \chi_1, \chi_2$ - параметры модели, зависящие от химического состава крови; D_1, D_2 - коэффициенты диффузии. Образование фибринового сгустка описывается уравнением:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = k\theta, \quad (2)$$

где ψ - концентрация фибрина-мономера, k - параметр. При расчетах полагалось, что границы системы являются непроницаемыми.

Система (1)-(2) имеет единственное устойчивое стационарное состояние - нулевое. После внесения локального закритического начального возмущения по θ в среде инициируется процесс автоволнового распространения активатора свертывания, результатом которого является формирование фибриновых структур. В рассматриваемой среде с активным восстановлением развитие возмущения может приводить к образованию различных типов фибриновых структур.

Проведенные нами для аксиально-симметричного случая численные расчеты показали, что, как и в одномерной постановке [1], имеет место формирование как локализованных, так и регулярных периодических структур, а также эффект так называемого "кинетического эха". Кроме того, обнаружены решения с образованием локализованных фибриновых структур в виде систем с конечным числом концентрических колец (от 2 до 5). При этом оказалось, что число колец в финальной структуре существенно зависит от интегральной величины начального возмущения.

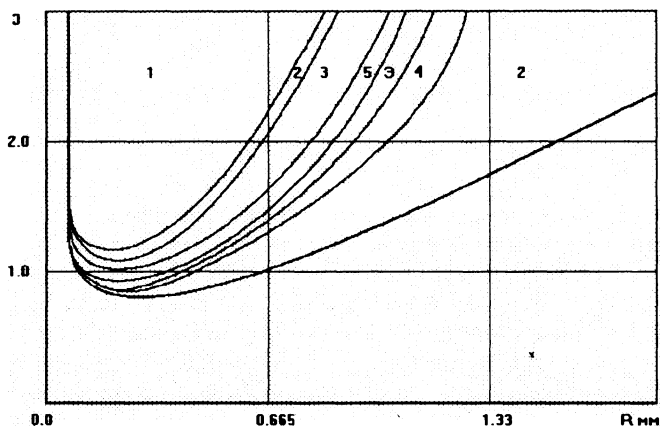


Рис. 1. Зависимость характера образующихся финальных структур от интегральной величины начального возмущения J и его радиуса R . Цифры означают число фибриновых колец, Э - режим "кинетического эха", нижняя часть графика - докритические возмущения. J дано в условных единицах.

Исследование динамики образования фибринового сгустка в зависимости от интегральной величины локализованного начального возмущения и его радиуса показало, что, как и в обычной возбудимой среде, существует порог, отделяющий докритические возмущения, при которых процесс свертывания не начинается, от закритических [2]. Однако в рассматриваемой системе класс закритических возмущений подразделяется на подклассы, каждый из которых соответствует образованию в системе конкретного числа

концентрических колец (рис.1). Структуры, подобные полученным в данном расчете, можно наблюдать экспериментально [3].

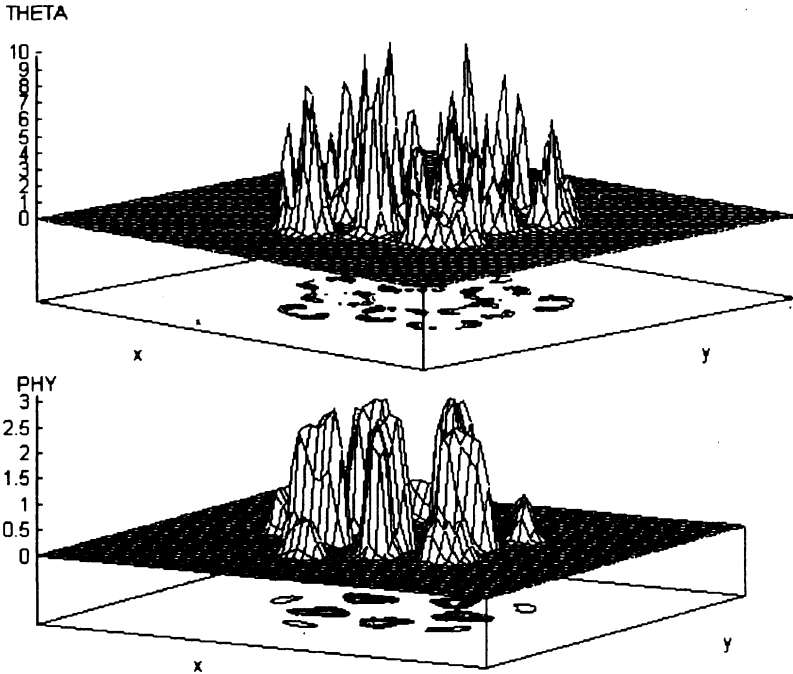


Рис. 2. Структуры концентраций активатора (верхняя часть рисунка) и ингибитора для времени 32 минуты 12 секунд. В изолиниях концентрации активатора видны распадающиеся чечевицеобразные структуры.

Задача (1) - (2) численно решалась в квадратной области. В центр области вносилось начальное возмущение по θ в виде круга или кольца с фиксированной амплитудой или с возмущением амплитуды по полярному углу. При этом хорошо воспроизводились режимы с числом колец от 1 до 3. Структуры с большим числом колец оказывались неустойчивыми к малым возмущениям. При задании симметричного начального возмущения, образующиеся в системе структуры в течение долгого времени сохраняли симметрию. При этом типичный сценарий образования фибрина-мономера таков: начальное возмущение дает несколько движущихся локализованных сгустков активатора чечевицеобразной формы. При их движении образуется след из фибрина-мономера в виде нити. Затем концентрация активатора быстро увеличивается на фронте, вызывая повышение концентрации фибрина. Следующее за этим увеличение концентрации ингибитора ведет к разрыву сгустка активатора на две новые чечевицы и т. д. (рис.2).

Чечевицеобразная форма характерна для локализованных возбуждений в данной системе. Так, при попытке получить численно в данной модели решения типа спиральной волны фибриновая структура достраивалась за счет распространения такого рода чечевицеобразных сгустков активатора. По-видимому, такие образования играют в данной

системе такую же роль, как собственные функции горения нелинейной среды для моделей, описываемых квазилинейными уравнениями гиперболического типа [4].

FIBRINE

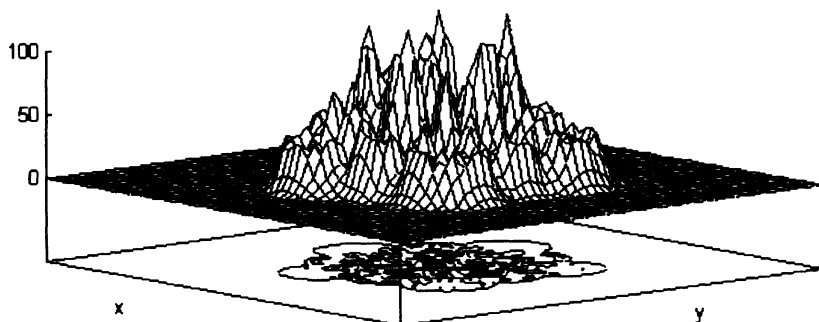


Рис.3. Фибриновая структура (при времени 40 минут 40 секунд), обладающая поворотной симметрией пятого порядка.

Основные выводы

1. В системе (1)-(2) характер образующейся финальной структуры (например, финальное число колец) существенно зависит от способа возбуждения среды.

2. В двумерном случае были обнаружены сложные упорядоченные структуры, в том числе обладающие поворотной симметрией, в частности, пятого и седьмого порядков (рис.3).

Авторы благодарят КУМНЦ МФТИ и его директора И.Б. Петрова за содействие в выполнении данной работы и фирму "Восточный берег" за финансовую поддержку работы в 1994г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ф.И. Атауллаханов, Г.Т. Гурия, А.Ю. Сафрошкина. Пространственные аспекты динамики свертывания крови. Феноменологическая модель. // Биофизика, 1994 г., том 39, вып.1, с. 89-96.
2. Г.Т. Гурия, А.И. Лобанов, Т.К. Старожилова. Формирование аксиально-симметричных структур в возбудимых средах с активным восстановлением // Биофизика - в печати.
3. G.A. Godinov, F.I. Ataulakhanov, V.I. Sarbash. Pattern formation in blood coagulation // в кн. Критерии самоорганизации в физических, химических и биологических системах. Тезисы докладов международной конференции. Суздаль, 1995 г., с. 124.
4. С.П. Курдюмов. Собственные функции горения нелинейной среды и конструктивные законы построения её организации // в кн. Современные проблемы математической физики и вычислительной математики. - М., Наука, 1982 г., с. 217-243.