



ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ ОБТЕКАНИЯ ПАРЫ ЧАСТИЧНО ЭКРАНИРОВАННЫХ ВРАЩАЮЩИХСЯ ЦИЛИНДРОВ

О.А. Дудченко, Г.Т. Гурия

В работе проводится численное исследование плоских симметричных режимов обтекания пары вращающихся цилиндров, каждый из которых частично закрыт непроницаемым кожухом. Кожухи ориентированы таким образом, что неэкранированные участки располагаются на части цилиндрической поверхности, обращенной в сторону набегающего потока. Изучается влияние интенсивности внешнего течения и скорости вращения цилиндров на характер обтекания при числах Рейнольдса от 0 до 100. Обнаружено, что в широком диапазоне управляющих параметров перед неэкранированными подвижными участками имеет место образование парных циркуляционных течений. Показано, что интенсивность этих вторичных течений уменьшается в ответ на усиление внешнего потока. Приводятся результаты расчета силы лобового сопротивления, действующей на цилиндры. Обсуждается связь между полученными решениями и режимами перистальтического прокачивания в эластичных сосудах.

Ключевые слова: Топология течений вязкой несжимаемой жидкости, управление течением, метод частично экранированных поверхностей, перистальтическое прокачивание.

Введение

Вращающиеся цилиндры находят широкое применение в системах управления течением жидкости [1–6]. Цилиндрические и частично экранированные цилиндрические конструкционные элементы используются для улучшения динамических характеристик обтекаемых профилей [4,5]. Обсуждается их применение для снижения аэро- и гидродинамических нагрузок на архитектурные сооружения [5,6]. В частности, представляет интерес использование вращающихся цилиндров для управления процессами массопереноса. Особую актуальность этот круг вопросов приобретает в связи с необходимостью создания новых транспортных систем для биомедицины [7].

В последнее время наряду с традиционными устройствами для прокачивания жидкостей, действие которых основано на создании рабочего перепада давления, все большее внимание привлекают системы перистальтического типа. В системах перистальтического типа транспорт жидкости, заключенной в эластичную растяжимую

трубку, осуществляется за счет бегущей волны деформации профиля трубки [8,9]. По-видимому, ключевую роль в этом процессе играют сжимающиеся участки на заднем фронте перистальтического возмущения, так как именно они обеспечивают инъекцию углового момента в поток [9,10]. Общие вопросы взаимодействия подобных «активных» участков с жидкостью представляется естественным изучать в простейших модельных постановках.

В настоящей работе в рамках такого рода модельной постановки рассматривается симметричная система из пары вращающихся частично экранированных цилиндров, погруженных в жидкость. Целью работы является исследование спектра принципиально возможных режимов течения и определение соответствующих им динамических характеристик. Численно анализируется влияние скорости вращения цилиндров и скорости их буксировки (скорости набегающего потока) на характер движения жидкости.

В работе показано, что в рассматриваемой системе реализуется несколько качественно различных режимов течения. В частности, в широком диапазоне управляющих параметров перед незэкранированными подвижными участками имеет место образование парных циркуляционных структур. Указанные гидродинамические структуры перемещаются как единое целое со скоростью, равной скорости буксировки цилиндров. Полученные результаты, по-видимому, могут представлять интерес для развития методов управления конвективным массопереносом в жидкостях и жидких взвесьях. Значимость обнаруженных режимов в задачах транспорта физиологических жидкостей не вызывает сомнений [8,11].

1. Постановка задачи. Основные уравнения. Численные методы решения

Имеем плоскую симметричную систему из пары вращающихся цилиндров, погруженных в жидкость (рис. 1). Каждый цилиндр частично закрыт непроницаемым кожухом (кожух плотно прилегает к поверхности). Вращение и перемещение цилиндров приводит в движение окружающую их жидкость. Возникающие течения анализируются в неподвижной по отношению к цилиндрам системе координат.

Рассматриваются течения, симметричные относительно линии $y = 0$. Принимая во внимание условие симметрии, в данной работе мы ограничились численным анализом движения жидкости только в окрестности верхнего цилиндра (рис. 2).

Полагается, что верхний цилиндр вращается по часовой стрелке с угловой скоростью Ω ($\Omega \geq 0$). Угол α определяет ориентацию свободного от кожуха участка по отношению к набегающему потоку, величина 2β – его относительную протяженность. Величина H характеризует расстояние от центра цилиндра до плоскости симметрии ($H > R$, где R – радиус цилиндра). Геометрические размеры области течения определяются значениями L_x и L_y .

На границе Γ_1 (см. рис. 2) полагаются выполненными следующие условия для профиля скорости $\vec{V} = (V_x, V_y)$

$$\left. \frac{\partial V_x}{\partial y} \right|_{\Gamma_1} = 0, \quad V_y|_{\Gamma_1} = 0. \quad (1)$$

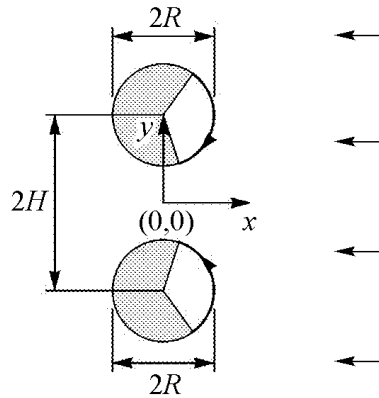


Рис. 1. Схематическое представление области течения. Закрывающая кожухом часть цилиндрической поверхности обозначена на рисунке серым цветом

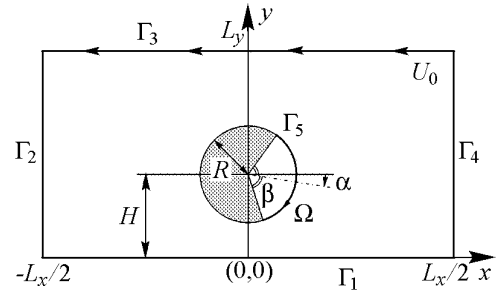


Рис. 2. Схематическое представление расчетной области. Граница расчетной области Γ_1 совпадает с линией симметрии $y = 0$

На левой и правой границах расчетной области накладываются периодические граничные условия. На границе Γ_3 условие на скорость движения жидкости имеет вид $V_x|_{\Gamma_3} = -U_0$, где величина $U_0 \geq 0$ полагается равной скорости буксировки цилиндров в неподвижной системе отсчета. На поверхности цилиндра и на поверхности кожуха полагаются выполненными условия прилипания

$$V_r|_{\Gamma_5} = 0, \quad V_\theta|_{\Gamma_5} = \begin{cases} 0, & \theta \in [\beta - \alpha, 2\pi - \alpha - \beta], \\ -\Omega R, & \theta \in (2\pi - \alpha - \beta, \beta - \alpha), \end{cases} \quad (2)$$

где V_r и V_θ – компоненты скорости \vec{V} в полярной системе координат (r, θ) с началом координат в центре цилиндра. Жидкость предполагается несжимаемой, ньютоновской, обладающей конечной вязкостью μ и плотностью ρ .

Поведение рассматриваемой системы определяется совокупностью следующих безразмерных комбинаций управляющих параметров:

$$\text{Re} = \frac{2\rho R U_0}{\mu}, \quad \gamma = \frac{\Omega R}{U_0}, \quad h = \frac{H}{R}, \quad \alpha, \beta, l_x = \frac{L_x}{R}, \quad l_y = \frac{L_y}{H}. \quad (3)$$

В настоящей работе из соображений удобства вместо γ использовался параметр $\text{Gu} \equiv \gamma \text{Re} = 2\rho R^2 \Omega / \mu$. Численные эксперименты проводились в диапазоне $\text{Re} \in [0, 100]$ и $\text{Gu} \in [0, 60]$. Остальные параметры задачи полагались фиксированными: $h = 2$, $\alpha = 0$, $\beta = 0.3\pi$, $l_x = 20$, $l_y = 5$.

В исходно неподвижной жидкости течение индуцировалось в результате одновременного приведения в движение границы Γ_3 и участка цилиндрической поверхности. Решения находились путем численного интегрирования уравнений Навье–Стокса в переменных завихренность – функция тока [12]

$$\begin{cases} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial(V_x \omega)}{\partial x} + \frac{\partial(V_y \omega)}{\partial y} = \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right), \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega. \end{cases} \quad (4)$$

Компоненты скорости V_x и V_y связаны, как известно, с функцией тока ψ и завихренностью ω соотношениями

$$\begin{aligned} V_x &= \frac{\partial \psi}{\partial y}, & V_y &= -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \\ \omega &= \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y}. \end{aligned} \quad (5)$$

Переменные задачи аппроксимировались на сетке, учитывающей особенности геометрии задачи [13]. Граничные условия при решении разностной задачи ставились с учетом многосвязности расчетной области [14,15]. Общие вопросы устойчивости, сходимости и аппроксимации реализованной в настоящей работе численной схемы были исследованы ранее [13–16]. Величина шага по времени подбиралась в соответствии с условиями устойчивости, найденными в цитируемых работах. Разработанный программный комплекс был отлажен и испытан на классической задаче об обтекании одиночного незкранированного цилиндра [12].

2. Результаты численного моделирования и их обсуждение

Исследование поставленной задачи численными методами позволило обнаружить по крайней мере шесть различных стационарных режимов течения. Области устойчивости этих режимов на плоскости (Re, Gy) показаны на рис. 3. Точки пространства параметров, в которых проводилось численное моделирование, отмечены на рисунке символами «1», «2a», «2b», «3», «4», «5». Одинаковыми символами обозначены решения с топологически эквивалентной структурой течения в окрестности цилиндров.

Цифрой «1» на параметрической диаграмме обозначены точки, в которых рассматриваемая система характеризуется отсутствием вторичных течений. Из рис. 3

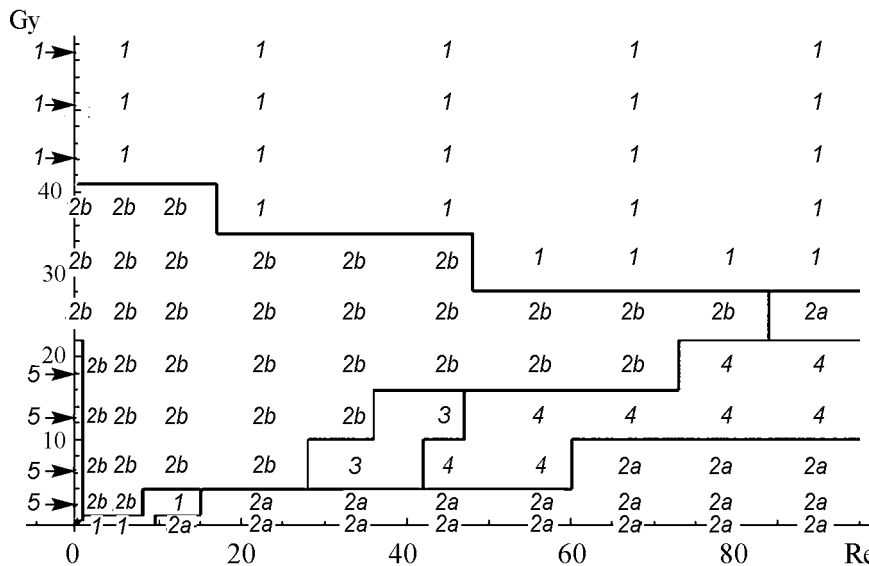


Рис. 3. Параметрическая диаграмма режимов течения ($Re = 2\rho R U_0 / \mu$; $Gy = 2\rho R^2 \Omega / \mu$)

видно, что, помимо режимов, соответствующих малым значениям Re и Gy , топологически тривиальная структура течения реализуется также при высокой скорости вращения цилиндров.

Режиму « $2a$ » соответствуют решения с застойными зонами в области за цилиндрами. Такие течения доминируют в области параметров с высокой скоростью набегающего потока и малыми значениями Ω , а область их существования примыкает к оси $Gy = 0$. Наблюдаемые в режиме « $2a$ » застойные зоны принципиально не отличаются от вторичных течений, возникающих при обтекании пары невращающихся цилиндров [17]. Подвижные элементы поверхности не играют существенной роли в их формировании.

Режимы типа « $2b$ » характеризуются наличием стационарной гидродинамической структуры, расположенной перед зазором между цилиндрами. Картина установившегося движения жидкости, соответствующая данному типу течения, приведена на рис. 4. Сплошной замкнутой черной линией выделена сепаратриса – линия тока, ограничивающая зону возвратного движения жидкости. Необходимо отметить, что установление и поддержание обращенных навстречу набегающей жидкости вторичных течений возможно только при передаче углового момента от подвижного участка цилиндрического контура потоку.

Цифрой «3» на параметрической диаграмме (см. рис. 3) обозначены режимы, в которых расположенные перед зазором устойчивые вторичные течения пред-

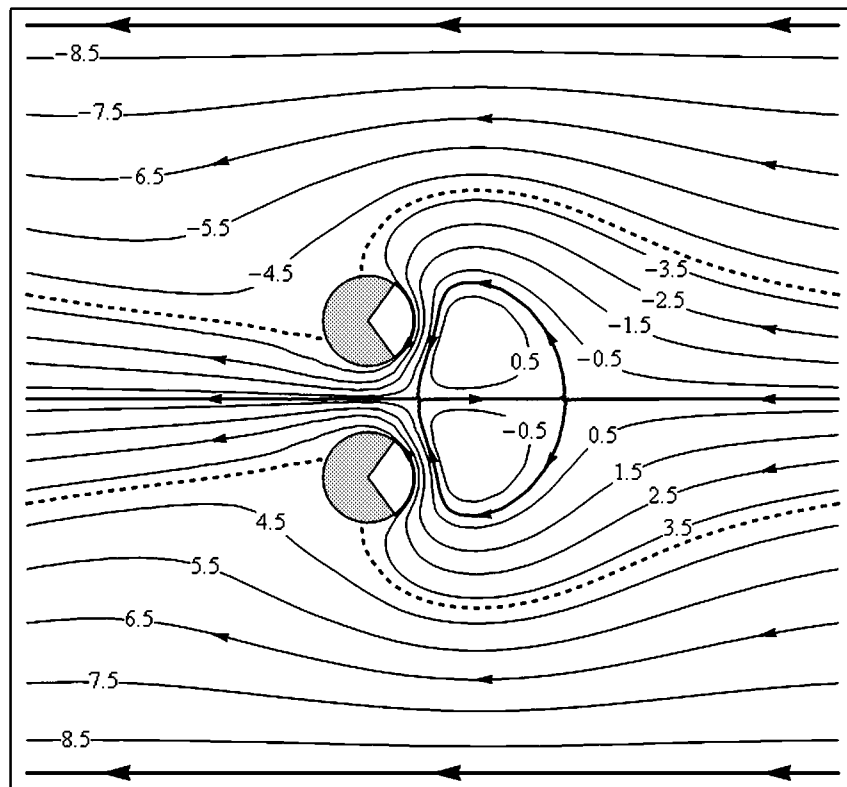


Рис. 4. Картина установившегося движения жидкости в режиме типа « $2b$ » ($Re = 2.25$, $Gy = 31.64$). Линии тока проведены через равные интервалы изменения функции $\psi/(RU_0)$. Сепаратрисе и центральной линии тока соответствует $\psi = 0$

ставленного на рис. 4 типа наблюдаются одновременно с застойными зонами за цилиндрами. Вследствие периодических условий на границах Γ_2 и Γ_4 в рассматриваемой постановке возможно слияние вторичных течений, характерных для режимов «2a» и «2b». Соответствующие решения обозначены на рис. 3 цифрой «4». В режимах типа «5» устанавливаются вторичные циркуляционные течения, охватывающие всю поверхность цилиндра. При этом пролетные траектории через зазор отсутствуют, а картина течения имеет сходство с хорошо известной в гидродинамике картиной согласованного обтекания пары точечных вихрей [12].

Анализ решений рассматриваемой задачи в широком диапазоне значений числа Рейнольдса выявил следующую особенность режимов типа «2b». Оказалось, что увеличение параметра Re приводит к уменьшению интенсивности вторичных течений, характерных для этого режима (см. рис. 4). Зависимость массы жидкости, вовлеченной в возвратное движение, от Re приведена на рис. 5 ($M_C = \rho S_C$, где S_C – площадь между сепаратрисой и участком линии симметрии, на который она опирается). Смещение центра зоны возвратного течения с ростом числа Рейнольдса показано на рис. 6.

Необходимо отметить, что представленные на рис. 5 и рис. 6 зависимости нехарактерны для циркуляционных течений за «пассивными», в том числе не содержащими подвижных элементов, препятствиями. Как правило, масса последних растет при увеличении числа Рейнольдса, а сами они демонстрируют тенденцию к удалению от границы обтекаемого профиля [18]. Таким образом, расположение и необычное поведение в ответ на усиление внешнего течения служат отличительными признаками наблюдаемых в режимах типа «2b» вихревых структур. Всюду далее для обозначения таких, расположенных перед зазором стационарных вторичных течений будет использоваться особый термин «туррон»¹.

По своим свойствам турроны напоминают приосевые возвратные течения, возникающие в перистальтирующих сосудах при больших значениях кривизны профиля (см., например, [8,11]). Для обозначения последних в русскоязычной литературе, по-видимому, нет устоявшегося термина [19,20].

¹От англ. «turrent», «turret» – поворотный станок, револьверный магазин, турель.

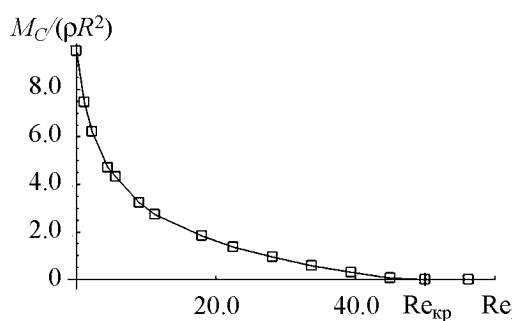


Рис. 5. Зависимость массы жидкости, вовлеченной в возвратное движение, от числа Re ($Gy = 31.64$)

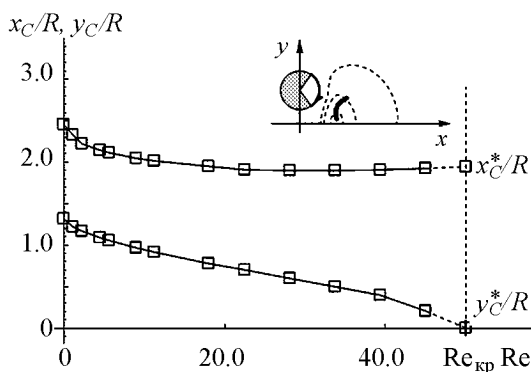


Рис. 6. Зависимость координат $\{x_C, y_C\}$ центра зоны возвратного движения от Re ($Gy = 31.64$). На врезке к рисунку схематически показано изменение формы сепаратрисы и положения центра рециркуляционной зоны в зависимости от Re . Координаты $\{x_C^*, y_C^*\}$ соответствуют предельному положению центра при $Re \rightarrow Re_{кр}$

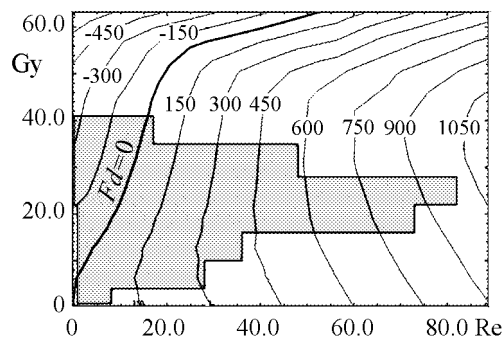


Рис. 7. Изолинии силы лобового сопротивления F_d , действующей на цилиндр. Жирная черная изолиния отмечает множество параметров, при которых $F_d = 0$ ($Re = 2\rho RU_0/\mu$; $Gy = 2\rho R^2\Omega/\mu$)

[24,25] в окрестности точки с координатами $\{x_C^*, y_C^*\} = \{5.47, 0\}$. Характер изменения массы туррона при переходе через критическое значение дает основания утверждать, что при уменьшении числа Рейнольдса его рождение происходит мягко (см. рис 5).

Устойчивость турронных режимов по отношению к несимметричным относительно линии Γ_1 возмущениям была проверена Д.К. Колмогоровым при нескольких значениях Re и Gy с помощью открытого независимого гидродинамического кода NOISETTE, разработанного в лаборатории Вычислительной аэроакустики Института математического моделирования РАН.

Результаты расчетов силы лобового сопротивления, испытываемого цилиндром в исследованном диапазоне Re и Gy , представлены на рис. 7. Область существования турронов выделена серым цветом. Из рис. 7 видно, что в широком диапазоне чисел Рейнольдса каждому значению скорости $U_0 = \mu Re / (2\rho R)$ может быть поставлена в соответствие определенная скорость вращения Ω^* , при которой сила сопротивления F_d , действующая на цилиндры со стороны набегающего потока, обращается в нуль. Величина Ω^* может также рассматриваться как угловая скорость, обеспечивающая буксировку пары со скоростью U_0 в канале с неподвижными стенками без приложения извне дополнительной тяги на преодоление лобового сопротивления.

Из рис. 7 также видно, что участок изолинии $F_d = 0$ принадлежит отмеченной серым цветом зоне существования турронов. В отношении турронов, соответствующих этому участку, можно говорить о наличии у них собственных характеристик: массы, углового момента и скорости движения.

Заключение

Проведенный в настоящей работе анализ показывает, что обтекание пары частично экранированных цилиндрических профилей может сопровождаться формированием особых вторичных течений – турронов. Эти течения наблюдаются в широком диапазоне параметров и отличаются необычным поведением в ответ на усиление внешнего потока. В неподвижной относительно цилиндров системе координат формирование туррона проявляется как расщепление центральной линии тока

$\psi = 0$ (см. рис. 4). Как следствие в системе возникает пространственно обособленная циркуляторная зона конечного объема. При буксировке цилиндров жидкие частицы, содержащиеся в этой зоне, движутся со средней скоростью, равной скорости буксировки. Таким образом, управляющая система на основе частично подвижных поверхностей может осуществлять захват и перемещение выделенного объема жидкости подобно бегущей волне деформации стенки в транспортных системах перистальтического типа.

Численные расчеты проводились на кластере Теоретического отдела ИЯИ РАН при содействии Г.И. Рубцова.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке МНТЦ (проект № 3744) и компании Шлюмберже (программа Faculty for the Future). Авторы благодарят Д.К. Колмогорова за содействие в работе и ценные замечания.

Библиографический список

1. *Flettner A.* Arrangement for exchanging energy between a current and a body therein. US Patent № 1674169. 1928.
2. *Steel B.N., Harding M.H.* The application of rotating cylinders to ship maneuvering. Report № 148, National Physical Laboratory, Ship Division, UK. 1970.
3. *Mittal S.* Control of flow past bluff bodies using rotating control cylinders // *J. Fluids Struct.* 2001. Vol. 15. P. 291.
4. *Gad-El-Hak M., Bushnell D.M.* Separation control: Review // *ASME Journal of Fluids Engineering.* 1991. Vol. 113. P. 5.
5. *Modi V.J.* Moving surface boundary-layer control: A review // *J. Fluids & Str.* 1997. Vol. 11. P. 627.
6. *Kubo Y., Modi V.J., Kotsubo C., Nayashida K., Kato K.* Suppression of wind-induced vibrations of tall structures through the moving surface boundary-layer control // *J. Wind Eng. Industr. Aerodyn.* 1995. Vol. 61. P. 181.
7. *Shi D.* Biomedical devices and their applications. Springer-Verlag, 2004.
8. *Shapiro A.H., Jaffrin M.Y., Weinberg S.L.* Peristaltic pumping with long wavelength at low Reynolds number // *J. Fluid Mech.* 1969. Vol. 37 (4). P. 799.
9. *Регурер С.А.* Квазиодномерная теория перистальтических течений // *Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа.* 1984. № 5. С. 89.
10. *Brown T.D., Hung T.-K.* Computational and experimental investigations of two-dimensional nonlinear peristaltic flows // *J. Fluid Mech.* 1977. Vol. 83 (2). P. 249.
11. *Takabatake S., Ayukawa K., Mori A.* Peristaltic pumping in circular cylindrical tubes: a numerical study of fluid transport and its efficiency // *J. Fluid Mech.* 1988. Vol. 193. P. 267.
12. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. В 2-х ч. М.: Физматгиз, 1963.
13. *Thoman D.C., Szewczyk A.A.* Time-dependent viscous flow over a circular cylinder // *High-speed computing in fluid dynamics. Phys. Fluids Suppl. II.* 1969. P. 76.
14. *Кузнецов Б.Г., Сироченко В.П.* О постановке задач гидродинамики в многосвяз-

ных областях // Вычислительные технологии: Сб. научн. трудов. Новосибирск: ИВТ СО РАН, 1995. Т. 4, № 12. С. 209.

15. *Sood D.R., Elrod H.G.Jr.* Numerical solution of the incompressible Navier-Stokes equations in doubly-connected regions // *AIAA Journal*. 1974. Vol. 12, № 5. P. 636.
16. *Роуч П.* Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. (*Roache P.J.* Computational Fluid Dynamics. Hermosa, Albuquerque, NM, 1976).
17. *Williamson C.H.K.* Evolution of a single wake behind a pair of bluff bodies // *J. Fluid Mech.* 1985. Vol. 159. P. 1.
18. *Ван-Дайк М.* Альбом течений жидкости и газа. М.: Мир, 1986 (*Van Dyke M.* An Album of Fluid Motion. Parabolic Press, Inc. 1982).
19. *Jaffrin M.Y., Shapiro A.H.* Peristaltic pumping // *Annual Reviews of Fluid Mechanics*. 1971. V.3. P. 13. Перевод: Джеффрин М., Шапиро А. Перистальтическое прокачивание. *Механика*. 1972, № 5. С. 88.
20. *Левина Г.В.* Некоторые режимы перистальтического прокачивания // *Известия АН СССР. МЖГ*. 1983, № 5. С. 31.
21. *Юдович В.И.* Об устойчивости стационарных течений вязкой несжимаемой жидкости // *ДАН*. 1965. Т. 161, № 5. С. 1037.
22. *Benjamin T.B.* Bifurcation phenomena in steady flows of a viscous fluid. I. Theory // *Proc. R. Soc. Lond. A*. 1978. Vol. 359. P.1.
23. *Sattinger D.H.* Bifurcation and symmetry breaking in applied mathematics // *Bulletin (New Series) of the American Mathematical Society*. 1980. V.3. № 2. P. 779.
24. *Ghil M., Ma T., Wang S.* Structural bifurcation of 2-D incompressible flows // *Indiana Univ. Math. Journal*. 2001. Vol. 50, № 1. P. 159.
25. *Ma T., Wang S.* Interior structural bifurcation and separation of 2D incompressible flows // *Journal of Mathematical Physics*. 2004. Vol. 45, № 5. P. 1762.

Московский физико-технический
институт,
Гематологический НИЦ РАМН, Москва

Поступила в редакцию 9.04.2010
После доработки 28.04.2010

NUMERICAL STUDY OF FLOWS PAST A PAIR OF PARTIALLY SHROUDED ROTATING CYLINDERS

O.A. Dudchenko, G.Th. Guria

A symmetrical two-dimensional flow past two rotating circular cylinders in a side-by-side arrangement is numerically investigated. Each cylinder is partially covered with an impermeable shroud in such a way that the unshielded moving section faces the incident flow. The effect of flow speed and tangential speed of the cylinder surface on flow topology is investigated for Reynolds numbers from 0 to 100. The formation of stationary eddies – «turrans» – in front of the gap between the cylinders is shown for a wide range of governing parameters. These secondary motions are shown to diminish at higher Reynolds numbers. Drag forces on the cylinders are quantified for flow patterns under consideration.

Similarities between flow patterns near the cylinders and those observed in some peristaltic pumping regimes are discussed.

Keywords: Flow topology, moving surface boundary layer control, peristaltic pumping.



Дудченко Ольга Александровна – родилась в Киеве (1984), окончила Московский физико-технический институт в 2007 году. Аспирант кафедры физики живых систем МФТИ. Стипендиат программы «Faculty for the Future» компании Шлюмберже. Область научных интересов – перистальтические течения.

141700 Долгопрудный, Институтский пер., 9
Московский физико-технический институт (государственный университет)
E-mail: dudcha@blood.ru



Гурия Георгий Теодорович – окончил Московский физико-технический институт (1980). Работает в Гематологическом научном центре РАМН заведующим Лабораторией криобиофизики клеток крови. Доктор физико-математических наук. Преподаватель кафедры физики живых систем факультета молекулярной и биологической физики МФТИ. Область научных интересов – биофизика сложных самоорганизующихся систем, теория неравновесных структур.

125167 Москва, Новый Зыковский пр., 4
Гематологический научный центр Российской академии медицинских наук
E-mail: guria@blood.ru